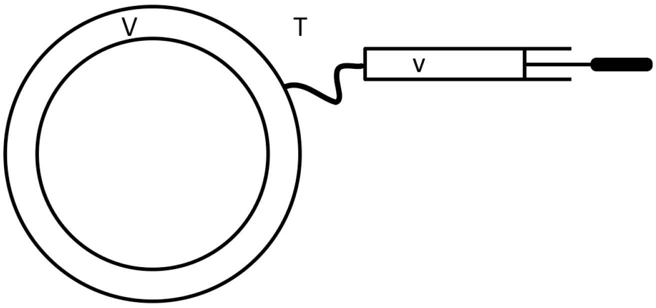
Nom : .... **Prénom :** .... **Section :** .... **No :** ......

Exercice 1 Pompe à vélo, le calme et l'énervé (7 points)

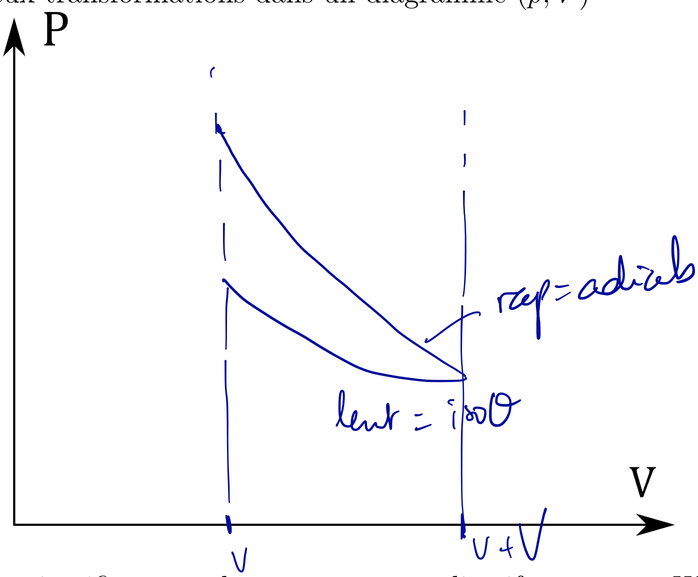
On veut pomper de l'air dans la chambre à air d'une roue de vélo. La roue a un volume V, la pompe un volume v, lors de l'action de pompage, la pompe se remplit d'air extérieur à la températue T et cet air est injecté dans la chambre à air avec le piston de la pompe, son volume passe de v à 0. L'air est considéré comme un gaz parfait, de coefficient adiabatique γ, de capacité calorifique molaire à volume constant $C_{v,m}$ et $C_{p,m}$ à pression constante. **Toutes les transformations sont considérées quasi-statiques.**
Lors d'une action de compression sur la pompe on veut comparer le travail dépensé lorsque le mouvement se fait très lentement (W_{lent}) et lorsqu'il se fait rapidement (W_{rap}).



Pour simplifier on considérera le cas du premier coup de pompe, la chambre à air et la pompe contiennent initialement toutes les deux de l'air à la pression atmosphérique P_{atm} et à la température T.

1

1. Représenter les deux transformations dans un diagramme (p, V)



1

2. Sans calcul, mais en justifiant par des arguments qualitatifs comparer W_{lent} et W_{rap}
   - ☒ $W_{\text{lent}} < W_{\text{rap}}$
   - ☐ $W_{\text{lent}} = W_{\text{rap}}$
   - ☐ $W_{\text{lent}} > W_{\text{rap}}$

• Aire sous la courbe + faible
• T plus élevée si adiab => force + d'énergie = + de W

3. calculer p_1 et T_1 pression et températures finales dans le cas du pompage lent.

1

0,5 $p_1 = P_{atm} \frac{V+v}{V}$

0,5 $T_1 = T$

4. Calculer W_{lent} (détailler le calcul)

1,5

$W_{lent} = nRT \ln \frac{V+v}{V} = P_{at}(V+v) \ln \frac{V+v}{V}$ [les 2 ok]

5. Dans le cas du pompage rapide, calculer p_2 et T_2, pression et température finales

1

0,5 $p_2 = P_{at} \left(\frac{V+v}{V}\right)^\gamma$

0,5 $T_2 = T \left(\frac{V+v}{V}\right)^{\gamma-1}$

6. Calculer W_{rap} (détailler le calcul) en fonction de $C_{p,m}$ ou $C_{v,m}$, V, v, P_{atm} et γ.

1,5

$W_{rap} = \frac{P_{at}(V+v)}{\gamma-1}\left[\left(\frac{V+v}{V}\right)^{\gamma-1} - 1\right]$

3) $T_1 = T$ (isoT)

$$P_1 V_1 = p(V+v) \Rightarrow P_1 = P_{atm}\frac{V+v}{V} = \frac{nRT_0}{V} = \frac{(C_p - C_v)T_0}{V}$$

4) $$W_{ar} = \int_{V+v}^{V} -P\,dV = \int_{V+v}^{V} -nRT\frac{dV}{V} = -nRT \ln\frac{V}{V+v} = nRT\ln\frac{V+v}{V}$$

$$= P_{at}(V+v)\ln\frac{V+v}{V}$$

5) Adiabatique réversible $pV^\gamma = cte$ $P_{at}(V+v)^\gamma = P_2 V^\gamma$

$$P_2 = P_{at}\left(\frac{V+v}{V}\right)^\gamma$$

$TV^{\gamma-1} = cte \Rightarrow T_2 = T\left(\frac{V+v}{V}\right)^{\gamma-1}$

6 $\Delta U = W + \cancel{Q} = C_v(T_2 - T_0) = W \Rightarrow$

$$W_{rap} = nC_{v,m}T\left(\left(\frac{V+v}{V}\right)^{\gamma-1} - 1\right)$$

$C_{p,m} - C_{v,m} = R$ $\frac{C_{p,m}}{C_{v,m}} = \gamma$ $C_{v,m} = \frac{R}{\gamma-1}$

$$W_{rap} = \frac{nRT}{\gamma-1}\left[\left(\frac{V+v}{V}\right)^{\gamma-1} - 1\right] = \frac{P_{at}(V+v)}{\gamma-1}\left[\left(\frac{V+v}{V}\right)^{\gamma-1} - 1\right]$$

Nom : .... **Prénom :** .... **Section :** .... **No :** ......

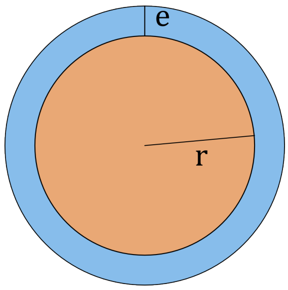
Exercice 2. Lutte contre le gel (9 points)

La production de fruits dans le Valais est souvent mise en danger par des gelées nocturnes qui se produisent alors que les bourgeons floraux sont déjà bien formés. Nous allons étudier certaines méthodes proposées pour protéger ces plantations. Typiquement, il ne faut pas que la température du bourgeon descende en dessous de 0 à -1°C. Une méthode consiste à asperger les plantations lorsque la température descend trop bas. Les bourgeons sont alors progressivement pris dans une gangue de glace, qui s'épaissit au fur et à mesure de l'arrosage.

Partie A: protection par la glace

On assimilera le bouton floral à une sphère de rayon r. L'épaisseur de la glace est notée e. On veut maintenir la température du bourgeon à $\theta_0 = 0$°C et la température de l'air est $\theta_0 - \Delta T$

Les données sont de plus: Conductivité thermique de la glace: $\lambda_g = 2\ \mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$; Chaleur latente massique de fusion de la glace: $L_{\text{fus}} = 300\ \mathrm{kJ.kg^{-1}}$; Masse volumique de la glace $\rho_g = 10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}$



Dans tous le problème, on supposera $e \ll r$ On rappelle l'aire d'une sphère: $S = 4\pi r^2$.

1. Citez deux mécanismes qui pourraient protéger le bourgeon du froid extérieur ? Détaillez avec une courte phrase d'explication.

1 La couche de glace peut faire une isolation

En gelant l'eau dégage de la chaleur qui protège la plante

2. Calculez en fonction des données la chaleur perdue à travers la glace d'épaisseur constante e pendant un temps t

1,5 $P = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = P \cdot t$ $\quad Q_1 = \frac{\lambda A (T_0 - T_{ext}) t}{e} = \frac{\lambda 4\pi r^2}{e} \Delta T\, t$

3. On suppose que le bouton est composé à 50% de matière organique (qu'on assimilera à de l'eau) et de 50% d'air et qu'il est détruit si 50% de la matière organique gèle. Calculez en fonction des données, le temps pendant le quel la coque de glace peut protéger le bouton:

1

$$t_1 = \frac{\rho L_{fus} r}{12} \cdot \frac{e}{\lambda \Delta T}$$

4. A.N. évaluez t_1 pout $r = 5$ mm, $e = 1$ mm et $\Delta T = 5$ K. Commentez.

0,5

~ 12 s

5. On considère maintenant l'épaississement de la couche de glace. On suppose qu'elle a une épaisseur $e(t)$ Pour un petit intervalle de temps dt, calculer l'épaisseur additionnelle à fournir pour que le bouton reste à température constante θ_0 et ne gèle pas du tout lorsque l'air extérieur est à $\theta_0 - \Delta T$. On supposera l'eau d'aspersion à 0°C.

1,5

$$\mathrm{d}e = \frac{\lambda}{e} \Delta T \frac{1}{\rho L_{fus}} \mathrm{d}t$$

Partie B: Inconvénient de la méthode

Les autorités émettent des recommandations pour le démarrage de l'arrosage en fonction de la température extérieure et de *l'humidité relative de l'air.* Lorsque l'air est très sec, il faut démarrer **à partir d'une certaine température** sinon l'arrosage risque de provoquer plus rapidement le gel des plantes. On appelle h_{rel} l'humidité relative et p_{sat} la pression de vapeur saturante de l'eau à 0°C. On suppose l'air ambiant, les boutons floraux et l'eau d'arrosage à 0°C.

1

6. Expliquez quel phénomène est à l'origine de ce risque

L'eau va s'évaporer $\Rightarrow$ dégage de la chaleur Q

1

7. Rappelez la définition de l'humidité relative

$h_{rel} = P_{eau}/P_{sat}(T)$ (en %)

8. On considère une parcelle de A =1m^2, et on s'intéresse à une colonne d'air de H = 2m de haut (hauteur des arbres). Calculer en fonction des données la masse d'eau à évaporer pour faire passer l'air de 20% à 100% d'humidité. On considérera la vapeur d'eau comme un gaz parfait. On appelle M_{eau} la masse molaire de l'eau et à 0°C, $P_{\mathrm{sat}} = 0.6$ kPa.

1

$$m = \frac{0{,}8 P_{sat} H . A M_{H_2O}}{R T_0}$$

0, 5

Application Numérique : $m = \frac{0{,}8 . 0{,}6 . 10^3 \, 2 . 1 . 18}{8 . 3\cancel{00}} = \frac{\cancel{8} . 0{,}6 . 2 . \cancel{18}^{6}}{\cancel{8} \times \cancel{3}} = 7{,}4\,g$

3- Si $\frac{1}{4}$ du volume de la sphère gèle, le bouton est détruit $\frac{1}{\cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{4}}{3}\pi r^3$ a 1 masse

$m = \frac{1}{3}\pi r^3 \rho$ pour le faire geler on doit lui soutirer $Q = \frac{1}{3}\cancel{\pi r^3}\rho L_{fus} = \lambda \frac{4\cancel{\pi r^2}}{e}\Delta T . t$

$$t_1 = \frac{\rho L_{fus} r}{12} \cdot \frac{e}{\lambda \Delta T}$$

$$\frac{\cancel{kg}\, \cancel{m^{-3}}\ J. \cancel{kg^{-1}}\ \cancel{m}\ \cancel{m}}{\cancel{K}\ \cancel{J}\cancel{K^{-1}}\cancel{m^{-1}}.s^{-1}} \quad s$$

A.N $t_1 = \frac{\cancel{1000}.300.\cancel{10^{3}}.\cancel{5}.\cancel{10^{-3}}.\cancel{10^{-3}}}{12\ \cancel{5}.2} = \frac{300}{12.2} = 12\ s$

5) Il faut que l'énergie apportée par l'expansion compense la perte de chaleur

$\delta Q_{cond} = dQ_{solidification}$ 0,5

$$\frac{\lambda\ \cancel{4\pi r^2}}{e}\Delta T dt = \cancel{4\pi r^2} de\ \rho L_{vap}$$ 0,5

$$de = \frac{\lambda}{e}\Delta T \frac{1}{\rho L_{vap}} dt$$ 0,5

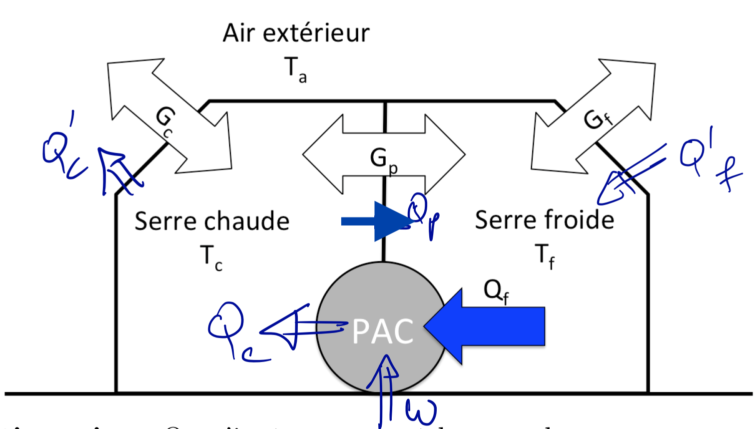
8) il faut compenser 0,8 P_{sat} qui vapore. eau = GP

$PV = nRT = \frac{m}{M_{H_2O}}RT \quad m = \frac{PVM_{H_2O}}{RT} = \frac{0{,}8 P_{sat} H.A M_{H_2O}}{RT_0}$

Nom : .... **Prénom :** .... **Section :** .... **No :** ......

Exercice 3 Les serres de Madrid (15 points)

Le problème est inspiré des serres du jardin botanique royal de Madrid qui utilise un système très complexe de chauffage utilisant entre autre des pompes à chaleur (PAC) entre des serres chaudes et des serres froides. Le problème étudié ici est une version très simplifiée de l'ensemble des serres qui est très astucieusement conçue.
Nous considérons un système constitué d'une PAC installée entre deux serres, une tempérée froide à la température T_f et une tropicale chaude à la température T_c. Les serres sont également en contact thermique avec l'air extérieur à la température T_a.



Tous les calculs sont faits en régime stationnaire. On s'intéresse aux échanges durant un cycle de la PAC qui reçoit un travail mécanique W par cycle de durée τ. Elle échange la quantité de chaleur Q_f avec la serre froide et la quantité de chaleur Q_c avec la serre chaude. Les serres échangent aussi de la chaleur avec l'air extérieur, Q'_c et Q'_f pour les serres chaudes et froides respectivement.

Les échanges de chaleurs entre la serre chaude et froide d'une part et chaque serre avec l'extérieur sont caractérisées par la grandeur G, appelée *conductance thermique* qui regroupe tous les éléments entre les zones de température différentes. G_p est la conductance de la parroi entre les serres. G_c respectivement G_f les conductances de la serre chaude respectivement froide avec l'extérieur. La puissance thermique transmise à travers ces éléments est donnée par

$$P_{\text{th}}^{2->1} = G(T_2 - T_1)$$

les trois parties sont largement indépendantes.

2

1. Principe de fonctionnement de l'ensemble.

   1

   (a) Indiquez sur le schéma le sens des échanges d'énergie entre les serres, la PAC et l'air extérieur pour W, Q_c, (Q_f est déjà indiqué sur le schéma)

   1

   (b) En déduire que l'on a nécessairement $T_f < T_a < T_c$, ainsi que les sens de Q'_c et Q'_f à indiquer sur le chemin. (Justifiez)

Régime stationnaire => $Q_{tot} = 0$ pour chaque serre => Q'_c doit être vers l'ext et Q'_f vers l'intérieur => sens => $T_f < T_a < T_c$ ....

6.5 2. Etude de la pompe à chaleur

(a) On considère une machine idéale réversible fonctionnant selon un cycle résistant ($W > 0$) qui échange par cycle la quantité de chaleur $Q_{f,id}$ avec la source froide, $Q_{c,id}$ avec la source chaude et reçoit le travail mécanique W. Rappeler la définition de l'efficacité de la PAC et sa valeur en fonction de T_c et T_f. **Ne pas donner seulement le résultat, expliciter le calcul.**

1,5

$$\eta_{\text{id}}^{\text{PAC}} = \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}}$$

(b) L'efficacité de la PAC en service et indiquée par le fabricant est de $\eta_r^{\text{PAC}} = 6$. La norme utilisée pour donner l'efficacité d'une PAC est pour un fonctionnement entre $T_f = 15°\text{C}$ et $T_c = 40°\text{C}$ Comparer l'efficacité de votre PAC à celle d'une PAC idéale.

0,5

☐ $\eta_r^{\text{PAC}} > \eta_{\text{id}}^{\text{PAC}}$ ☐ $\eta_r^{\text{PAC}} = \eta_{\text{id}}^{\text{PAC}}$ ☒ $\eta_r^{\text{PAC}} < \eta_{\text{id}}^{\text{PAC}}$

(c) Quelles affirmations sont correctes ?

1

- ☐ Le commerçant est malhonnête, une telle PAC ne peut pas exister.
- ☒ La PAC ne fonctionne pas selon un cycle de Carnot idéal
- ☐ La PAC fonctionne avec des transformations quasi-statiques
- ☐ Certaines des transformations ne sont pas quasi-statiques
- ☒ On ne peut pas dire si les transformations sont quasi-statiques ou non
- ☐ La PAC fonctionne avec des transformations réversibles
- ☒ Certaines des transformations ne sont pas réversibles
- ☐ On ne peut pas dire si les transformations sont réversibles ou non

1

(d) On compare la PAC installée avec une PAC idéale, la PAC installée échange la quantité de chaleur Q_f par cycle avec la source froide, Q_c par cycle avec la source chaude et reçoit le même travail, W, que la PAC idéale. On pose $Q_c = Q_{c,id} + q$. En écrivant les deux principes de la thermodynamique montrez que $Q_f = Q_{f,id} - q$

1,5

(e) Exprimez l'entropie créée au cours d'un cycle, $S_{\text{crée}}$, dans la PAC installée en fonction de q, T_c et T_f. En déduire le signe de q, commentez.

1 $S_{\text{crée}} = \frac{q}{T_f} - \frac{q}{T_c}$

0,5 ☒ $q > 0$ ☐ $q = 0$ ☐ $q < 0$

1

(f) On considère un objet conducteur de chaleur placé entre deux thermostats à T_c et T_f, fonctionnant en régime stationnaire. Calculez l'entropie crée dans l'objet lorsque la chaleur q a circulé dedans, $S_{\text{crée}}^{\text{obj}}$ en fonction de q, T_c et T_f. Commentez.

$$S_{\text{crée}}^{\text{obj}} = \frac{q}{T_f} - \frac{q}{T_c}$$

3.5 3. Ensemble des deux serres

On s'intéresse maintenant au système constitué des deux serres. On désire établir les équations qui permettent de calculer T_c et T_f en régime stationnaire. On note G_c et G_f les conductances thermiques entre les serres chaude et froide et l'air extérieur, G_p la conductance thermique entre les deux serres. **On considère une PAC idéale.**

(a) Obtenir les relations liant Q_c, Q_f, W, les conductances et la durée du cycle τ en faisant bilan des échanges d'énergie dans la serre chaude, la serre froide et la PAC. Prendre bien soin aux signes.

2-a) $\eta_{PAC} = \dfrac{\text{énergie obtenue sous la forme désirée}}{\text{énergie fournie par l'obtenir}} = \left|\dfrac{Q_c}{W}\right| =$ 0,5

0,5 $\begin{cases} 1^o \text{ pcp} & Q_c + Q_f + W = 0 \\ \text{Clausius} & \dfrac{Q_c}{T_c} + \dfrac{Q_f}{T_f} = 0 \end{cases}$

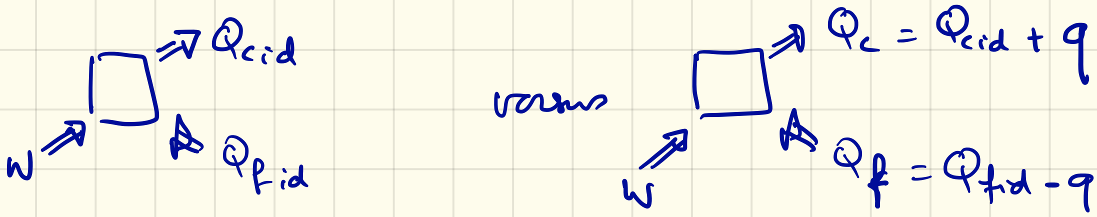
$\eta_{PAC} = \dfrac{-Q_c}{W} = \dfrac{Q_c}{Q_c + Q_f} = \dfrac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q_c}}$

$\dfrac{Q_c}{T_c} = -\dfrac{Q_f}{T_f}$ $\qquad \dfrac{Q_f}{Q_c} = -\dfrac{T_f}{T_c}$

$\eta_{PAC} = \dfrac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}}$ 0,5

b) $\eta_{pac} = \dfrac{T_c}{T_c - T_f} = \dfrac{273+40}{25} = \dfrac{313}{25} > 10 \quad \eta_{PAC}^{réel}$

d)



$W + Q_{cid} + Q_{fid} = 0$; $W + Q_f + Q_c = 0 \Rightarrow W + Q_f + Q_{cid} + q = 0$

$W + Q_{cid} = -Q_{fid}$ $\Rightarrow -Q_{fid} + Q_f + q = 0 \Rightarrow \boxed{Q_f = Q_{fid} - q}$

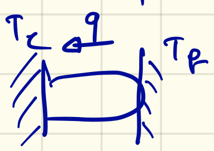
e) $\Delta S_{cycle} = 0 = S_{éch} + S_{créé}$ $\qquad S_{éch} = \dfrac{Q_c}{T_c} + \dfrac{Q_f}{T_f} = \dfrac{Q_{cid} + q}{T_c} + \dfrac{Q_{fid} - q}{T_f}$

$S_{éch} = \underbrace{\dfrac{Q_{cid}}{T_c} + \dfrac{Q_{fid}}{T_f}}_{0} + \dfrac{q}{T_c} - \dfrac{q}{T_f} = -S_{créé}$

$S_{créé} = \dfrac{q}{T_f} - \dfrac{q}{T_c}$

$S_{créé} > 0 \qquad \dfrac{q}{T_f} > \dfrac{q}{T_c}$ $\quad$ comme $\dfrac{1}{T_f} > \dfrac{1}{T_c}$ $\quad \underline{q > 0}$

f)



régime stationnaire q échangé à T_c à gauche sortant et T_f à droite (entrant) $S_{éch}^{th} = -\dfrac{q}{T_c} + \dfrac{q}{T_f}$

La machine non idéale est équivalent à 1 machine idéale + un pont thermique qui échange q

Serre chaude : $-Q_c + G_p(T_c - T_f)\tau - G_c(T_c - T_a)\tau = 0$ (1)

1,5

Serre froide : $-Q_f + G_p(T_c - T_f)\tau + G_f(T_a - T_f)\tau = 0$ (2)

PAC : $W + Q_c + Q_f = 0$ (3)

(b) Ecrire l'égalité de Clausius (second principe) pour la PAC.

1

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0$$

(c) En déduire un système de deux équations à deux inconnues (T_c et T_f) qui permettent de calculer T_c et T_f en fonction de T_a, G_c, G_f et G_p et $P = W/\tau$ puissance de la PAC. **On ne demande pas de le résoudre !**

1

$$P = \frac{W}{\tau} = G_c(T_c - T_a) + G_f(T_a - T_f)$$

$$-\frac{G_p(T_c - T_f)}{T_c} - \frac{G_c(T_c - T_a)}{T_c} + \frac{G_p(T_c - T_f)}{T_f} + \frac{G_f(T_a - T_f)}{T_f} = 0$$

3

4. Questions conceptuelles

(a) Comment feriez vous pour ajuster séparément T_c ou T_f ?

1

En ajustant G_c et G_f (ouvrir des fenêtres)

(b) On s'intéresse aux cas $T_a < T_f < T_c$ ou bien $T_f < T_c < T_a$. Expliquez pourquoi on ne peut pas chauffer les serres correctement simplement en faisant fonctionner la PAC selon un cycle moteur ($W < 0$).

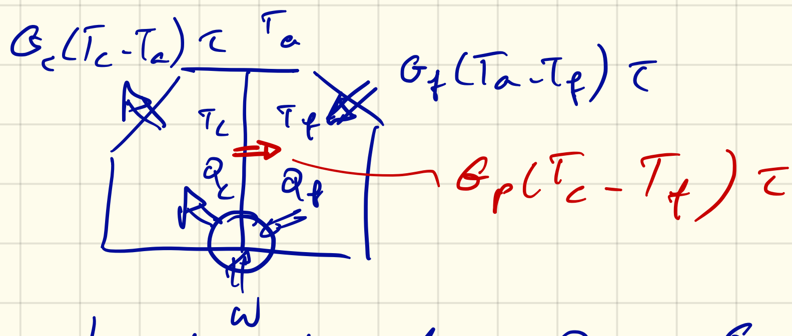
1

Contredit le 2d principe (Kelvin) car fait faire un moteur monotherme $\Rightarrow$ la seule source externe est T_a

(c) Proposez une autre configuration des échanges de chaleur entre la PAC, les serres et l'air extérieur pour réguler les températures des serres quand $T_a < T_f < T_c$ ou bien $T_f < T_c < T_a$.

1

On utilise la PAC entre l'extérieur et ~~la~~ une des serres et on régule l'autre avec la fenêtre



(1) Serre chaude 1 cycle $-Q_c - G_p(T_c-T_f)\tau - G_c(T_c-T_a)\tau = 0$

(2) Serre froide 1 cycle $-Q_f + G_p(T_c-T_f)\tau + G_f(T_a-T_f)\tau = 0$

(3) Pac $W + Q_c + Q_f = 0$

c) (1)+(2) $\underbrace{-Q_c - Q_f}_{W} - G_c(T_c-T_a)\tau + G_f(T_a-T_f)\tau = 0$

$$P = \frac{W}{\tau} = G_c(T_c-T_a) - G_f(T_a-T_f)$$

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0 = \frac{-G_p(T_c-T_f)\tau - G_c(T_c-T_a)\tau}{T_c} + \frac{G_p(T_c-T_f)\tau + G_f(T_a-T_f)\tau}{T_f}$$

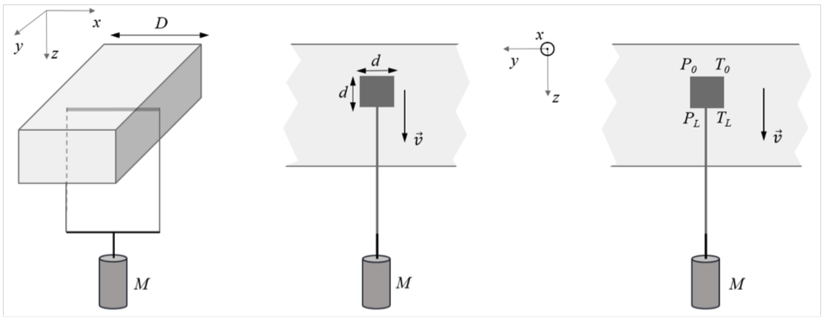
$$-\frac{G_p(T_c-T_f)}{T_c} - \frac{G_c(T_c-T_a)}{T_c} + \frac{G_p(T_c-T_f)}{T_f} + \frac{G_f(T_a-T_f)}{T_f} = 0$$

Nom : .... **Prénom :** .... **Section :** .... **No :** ......

Exercice 4 Le fil à travers le bloc de glace (9 points)

Une expérience vue en cours consiste à faire traverser un fil à travers un bloc de glace sous l'effet d'un poids, le bloc de glace restant en un seul morceau.

Ce phénomène s'explique de la façon suivante : à l'instant t, la pression exercée par le fil change localement la température de fusion de la glace sous le fil qui peut devenir **inférieure à 0°C**. La glace peut alors fondre sous le fil. L'eau ainsi formée passe au-dessus du fil par les côtés, ce qui conduit à un déplacement du fil vers le bas. L'eau n'étant plus comprimée en haut du fil, elle gèle de nouveau. La chaleur latente de solidification est conduite à travers le fil ce qui entraine la fusion de la glace sous le fil. Le processus recommence à $t + dt$, et ainsi de suite... le fil descend.



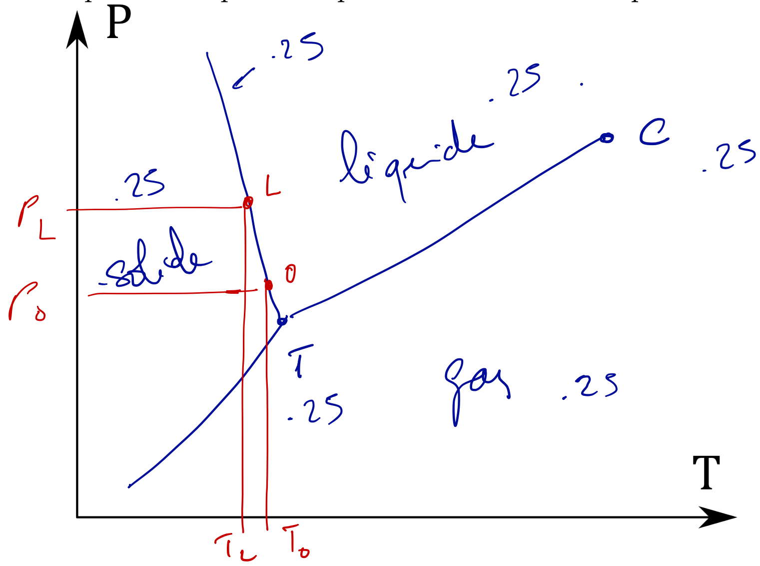
Notations de l'énoncé et rappels:
- M est la masse du poids accroché au fil (le fil a une masse négligeable par rapport à M).
- Le fil est de section carré et de côtés d. Sa conductivité thermique est λ.
- Le fil traverse le bloc de glace sur une largeur D.
- La pression exercée par le fil sur la glace est homogène sur toute la longueue D du fil.
- La vitesse v de déplacement du fil est constante.
- La fusion locale de l'eau à la base du fil a lieu à la température T_L et à la pression p_L.
- La solidification de l'eau en haut du fil a lieu à la température T_0 et à la pression p_0.
- La puissance thermique à travers le fil est P_{th}.
- Formule de Clapeyron pour une transition de phase de solide à liquide:

$$L_{\text{f, m}} = T(v_l - v_s)\frac{dp}{dT}$$

avec $L_{\text{f, m}}$ chaleur latente massique de fusion, T température, v_l et v_s volumes massiques pour les phases liquides et solides, et $p(T)$ la courbe définissant l'équilibre liquide/solide. On notera que $v_l - v_s$ est une constante et $v_l < v_s$ pour l'eau.
- $\rho_s = 1/v_s$ est la masse volumique de la glace et $\rho_l = 1/v_l$ celle de l'eau
- g est l'accélération de la pesanteur

1. Tracez de façon schématique le diagramme de phase $p(T)$ de l'eau. Reportez dans ce diagramme le point triple et le point critique. Indiquez où se trouvent les phases solide, liquide, et gaz.

1,5



2. Le fil exerçant une pression sur la glace, placez les points (T_L, p_L) et (T_0, p_0),sur le diagramme précédent. Comparez T_L et T_0.

1,5

☐ $T_L > T_0$ ☐ $T_L = T_0$ ☒ $T_L < T_0$

3. Quelle est la direction du flux de chaleur P_{th} à travers le fil (du haut vers le bas, ou du bas vers le haut) ?

0,5

☐ Du bas vers le haut ☒ Du haut vers le bas

4. Exprimez le flux de chaleur P_{th} en fonction de D, λ, T_L et T_0.

1

$P_{\text{th}} = \frac{\lambda D d (T_0 - T_L)}{d} = \lambda D (T_0 - T_L)$

5. Calculez la différence de pression $dp = p_L - p_0$ en fonction de M, g, D et d. On rappelle que la vitesse de déplacement est constante.

1,5

$dp = \frac{Mg}{Dd}$

6. Quelle est la quantité de chaleur élémentaire δQ nécessaire pour la fusion de la glace pour un déplacement élémentaire dz du fil dans la glace?

1,5

$\delta Q = \delta Q = \rho D d\, dz\, L_{f,u}$

7. Donnez une expression de la vitesse v en fonction de λ, d, D, v_l, v_s, M, T_0 , et g.

1,5

$v = v = \frac{\lambda M g T (v_0 - v_L)}{d^2 L_f^2 \rho D}$

5. $v = cte$ $\quad \sum \vec{F} = \vec{0}$ 0,5

$$F_{P_0}\vec{e_z} - F_{P_L}\vec{e_z} + Mg\,\vec{e_z} = 0$$ 0,5

$$Mg = F_{P_L} - F_{P_0} = (P_L - P_0)\,S = (P_L - P_0)\,Dd$$ 0,5

$$P_L - P_0 = \frac{Mg}{Dd}$$

6 déplacement dz → il faut faire fondre 0,5

$$\vartheta = Dd\,dz \Rightarrow \delta Q = \rho\,D\,d\,dz\,L_{f,m}$$ 0,5 0,5

7 $$(P_L - P_0) = \frac{Mg}{Dd}$$

$$P_{th} = \frac{\delta Q}{dt} = \frac{\rho\,dD\,dz\,L_{fm}}{dt} = \rho\,d\,D\,L_{fm}\,\frac{dz}{dt}\,v$$

$$P_{th} = \lambda D\,(T_0 - T_L)$$

$$L_{fm} = T\,(v_L - v_s)\,\frac{P_L - P_0}{T_L - T_0} = T\,(v_L - v_s)\,\frac{Mg}{Dd}\,\frac{1}{(T_L - T_0)}$$

$$L_{fm} = T\,(v_0 - v_L)\,\frac{Mg}{Dd}\,\frac{1}{T_0 - T_L} = T\,(v_0 - v_L)\,\frac{Mg}{\cancel{D}d}\,\frac{\lambda \cancel{D}}{P_{th}}$$

$$P_{th} = T\,(v_0 - v_L)\,\frac{Mg\,\lambda}{d\,L_{fm}} = \rho\,d\,D\,L_{fm}\,v$$

$$v = \frac{\lambda Mg\,T\,(v_0 - v_L)}{d^2 L_f^2\,\rho D}$$